corresponde a la frecuencia de muestreo fijada.

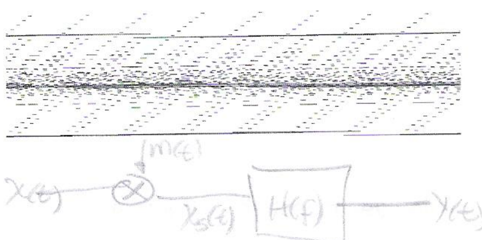
$$\frac{2 \cdot f_M}{N+1} \leq f_s \Rightarrow N \geq \frac{2 \cdot f_M}{f_s} - 1 = \frac{2 \cdot 66\ \text{MHz}}{42\ \text{MHz}} - 1 = 2.14 \Rightarrow N \geq 2.14$$

$$f_s \geq \frac{2 \cdot f_L}{N} \Rightarrow N \leq \frac{2 \cdot f_L}{f_s} = \frac{2 \cdot 60\ \text{MHz}}{42\ \text{MHz}} = 2.86 \Rightarrow N \leq 2.86$$

Los resultados obtenidos indican que para la frecuencia f_s = 42 MHz, no existe ningún número entero válido para *N* que impida un solapamiento entre los espectros. Por lo tanto no se puede recuperar la señal.

Problema 13

Observe el siguiente sistema:



$$X(f) = \frac{1}{2f_c} \cdot \text{sen}^2\left(\frac{\pi}{2f_c} \cdot f\right) \cdot \prod\left(\frac{f}{2f_c}\right)$$

$$H(f) = T_s \cdot \prod\left(\frac{f}{2f_c}\right)$$

$$m(t) = \sum \delta(t - nT_s)$$

$$f_c = 1\ \text{KHz}$$

$$f_s = \frac{1}{2} \cdot f_{Nyquist}$$

Determine las expresiones de $x_s(t)$ y $y(t)$

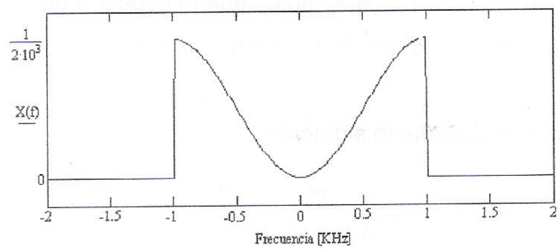
Respuesta al problema 13

El espectro en frecuencia de la señal x(t) viene definido por el cuadrado de un seno cuyo período es:

$$\frac{\pi}{2fc} \cdot \frac{1}{T} = 2\pi \Rightarrow T^{-1} = 4fc = 4KHz$$

(Nota: Las unidades del período de X(f) son en Hertz, por ser un espectro)

Gráficamente X(f) se representa de la siguiente manera:



El ancho de banda correspondiente a este espectro es igual a 1KHz, por lo tanto, según las indicaciones del problema, al multiplicar x(t) por m(t), se está muestreando la señal a la mitad de la frecuencia de *Nyquist*, quedando la frecuencia de muestreo igual a:

$$f_s = \frac{f_{Nyquist}}{2} = \frac{2 \cdot 1 \text{ KHz}}{2} = 1 \text{ KHz} = f_c$$

El utilizar esta frecuencia de muestreo implica que la señal $x_s(t)$ resulta en un solapamiento de espectros. Pero si se analiza cuáles son las señales que se están superponiendo en cada punto del espectro de $x_s(t)$ se obtiene lo siguiente:
Por ejemplo, dentro del rango de frecuencias de 0KHz a 1KHz, $X_s(f)$ se rige por la siguiente ecuación:

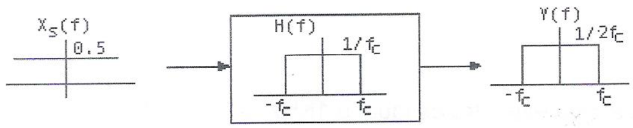
$$X_s(f) = \frac{1}{2} \cdot \text{sen}^2\left(\frac{\pi}{2f_c} \cdot f\right) + \frac{1}{2} \cdot \text{sen}^2\left(\frac{\pi}{2f_c} \cdot (f - f_c)\right)$$

Pero el segundo término es un seno elevado al cuadrado desfasado ¼ de período, lo que lo convierte en un coseno cuadrático. Por lo tanto, la expresión de $X_s(f)$ queda definida de la siguiente manera:

$$X_s(f) = \frac{1}{2} \cdot \left[\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{2f_c} \cdot f\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2f_c} \cdot f\right)\right] = \frac{1}{2}$$

Esta expresión es válida para cualquier valor de *f*, lo que indica que el espectro de amplitud de $X_s(t)$ es una constante. Al antitransformar $X_s(f)$ obtenemos $x_s(t)$.

Al pasar $x_s(t)$ por el filtro pasabajo ideal se obtiene lo siguiente:



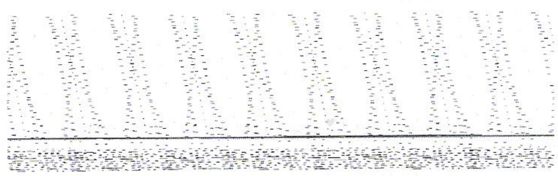
Para obtener y(t) hay que antitransformar Y(f).

$$y(t) = F^{-1}\left[Y(f)\right] = F^{-1}\left[\frac{1}{2f_c^{\,2}}\cdot\prod\left(\frac{1}{2f_c}\right)\right] = \frac{1}{2f_c^{\,2}}\cdot 2f_c\cdot \mathrm{sinc}\left(2f_c\cdot t\right)$$

$$\mathbf{y(t) = \frac{1}{f_c}\cdot sinc\left(2f_c\cdot t\right)}$$

Problema 14

Una señal tiene el siguiente espectro de amplitud:



Se desea discretizar en tiempo esta señal muestreándola a una frecuencia f_s apropiada, para luego poder recuperarla con un filtro pasabanda. Deduzca analíticamente y consiga el valor de f_s más conveniente.

Respuesta al problema 14

El valor de *N* máximo para el espectro mostrado anteriormente es el siguiente:

$$N_{max} = \frac{f_L}{BW} = \frac{20\ KHz}{1\ KHz} = 20$$ (ya que según el gráfico f_L=20KHz y BW=1KHz)

Por lo tanto, la frecuencia de muestreo permitida para este valor de *N*, es la siguiente:

$$\frac{2 \cdot f_M}{N+1} \leq f_s \leq \frac{2 \cdot f_L}{N}$$

$$\frac{2 \cdot 21\ KHz}{20+1} \leq f_s \leq \frac{2 \cdot 20\ KHz}{20}$$

$$2\ KHz \leq f_s \leq 2\ KHz \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{f_s = 2\ KHz}$$